



# Filtry liniowe

- Filtr zaliczamy do liniowych, jeśli realizująca go funkcja jest:
  - addytywna:  $\varphi(f + g) = \varphi(f) + \varphi(g)$
  - jednorodna:  $\varphi(\lambda f) = \lambda\varphi(f) \quad \lambda \in \mathbb{R}$
  - gdzie:  $\varphi$  - funkcja realizująca filtr  
f,g – obrazy podlegające filtracji

# Konwolucja (splot funkcji)

- Ciągła:

$$g(x) = (f \times h)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-t)h(t)dt$$

gdzie:  $f, h$  – splatane funkcje

- Jeśli funkcja  $h$  ma skończoną dziedzinę, to konwolucja wykorzystująca  $h$  jest filtrem.
- np.  $h(u) = 1/2a$  dla  $u \in \langle -a, a \rangle$   
 $h(u) = 0$  dla  $u \notin \langle -a, a \rangle$   
realizuje filtr uśredniający (tłumiący szumy)

# Funkcja (delta) Diraca

- $\delta_0 = 0$  dla  $x \neq 0$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta_0(x) dx = 1$
- Splatając funkcję Diraca  $\delta_0$  z funkcją  $h$  otrzymujemy matrycę filtru  $h$ .
- Własności konwolucji:
  - Łączność:  $(f \times g) \times h = f \times (g \times h) = f \times g \times h$ 
    - pozwala rozdzielić filtrację dużą matrycą na kolejne filtrowania przy pomocy małych matryc
  - Rozdzielność
    - pozwala rozdzielić filtrację dwuwymiarowego obrazu na złożenie filtracji jednowymiarowych

# Konwolucja dyskretna

$$L'(m, n) = (w \times L)(m, n) = \sum_{i, j \in K} L(m-i, n-j) w(i, j)$$

$$\text{dla } K = \{-1, 0, 1\}: \begin{bmatrix} w(1,1) & w(0,1) & w(-1,1) \\ w(1,0) & w(0,0) & w(-1,0) \\ w(1,-1) & w(0,-1) & w(-1,-1) \end{bmatrix}$$

$$w \text{ uproszczeniu: } \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \\ w_4 & w_5 & w_6 \\ w_7 & w_8 & w_9 \end{bmatrix}$$

# Normalizacja

*jeśli  $\forall i, j \ w(i, j) \geq 0$*

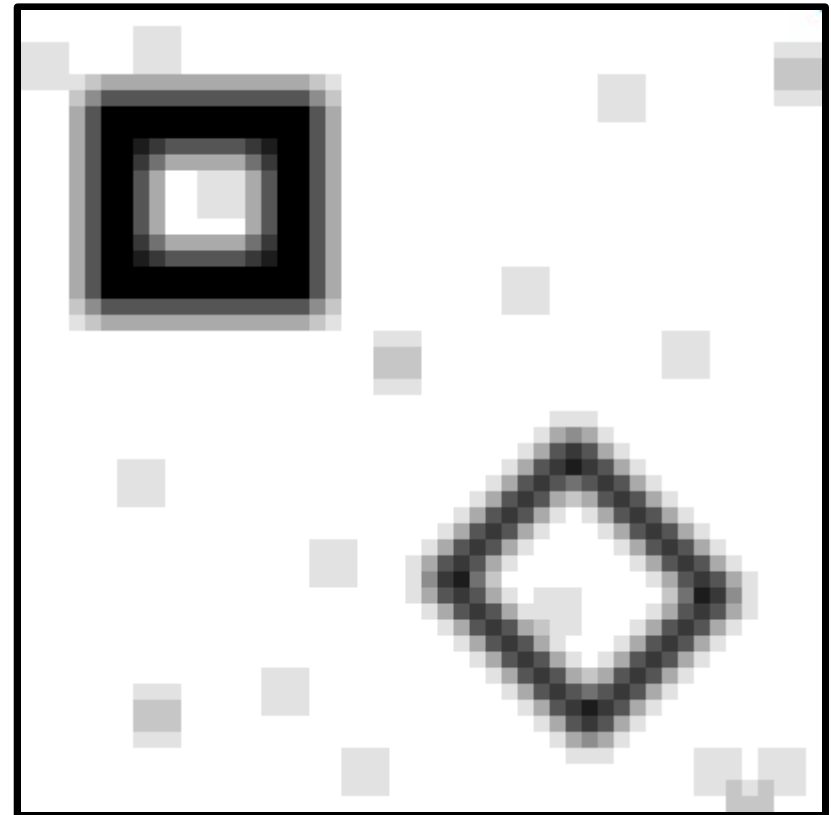
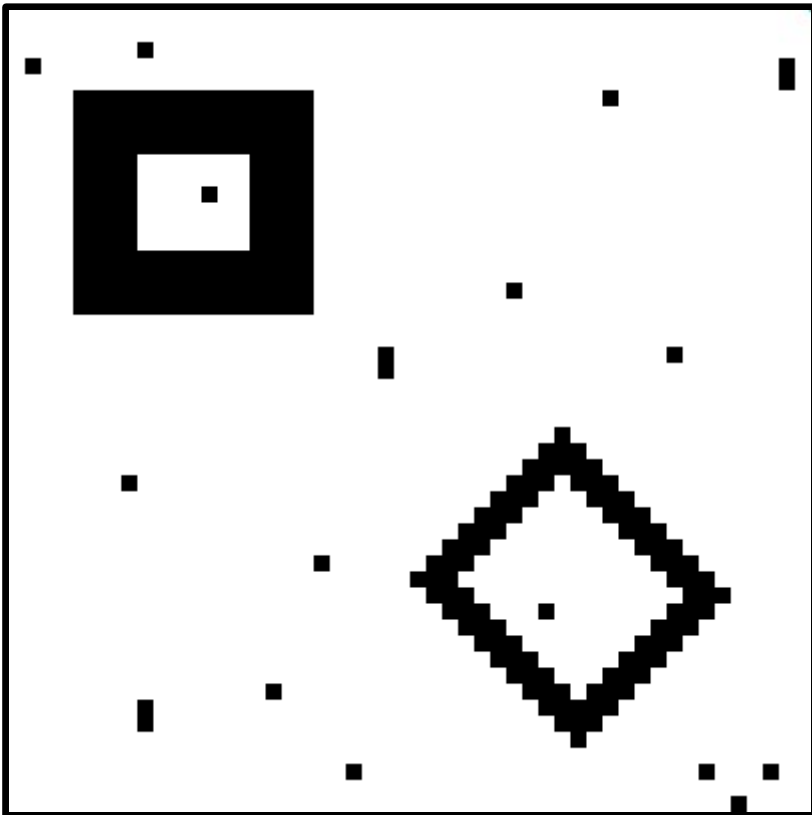
$$L'(m, n) = \frac{1}{\sum_{i, j \in K} w(i, j)} \sum_{i, j \in K} L(m-i, n-j) w(i, j)$$

*w przeciwnym wypadku*

$$L''(m, n) = \frac{L'(m, n) - \min L'(m, n)}{\max L'(m, n) - \min L'(m, n)} 2^B$$

# Filtry dolnoprzepustowe

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 50 \\ 0 & 50 & 200 \\ 50 & 200 & 200 \end{bmatrix} = 83$$





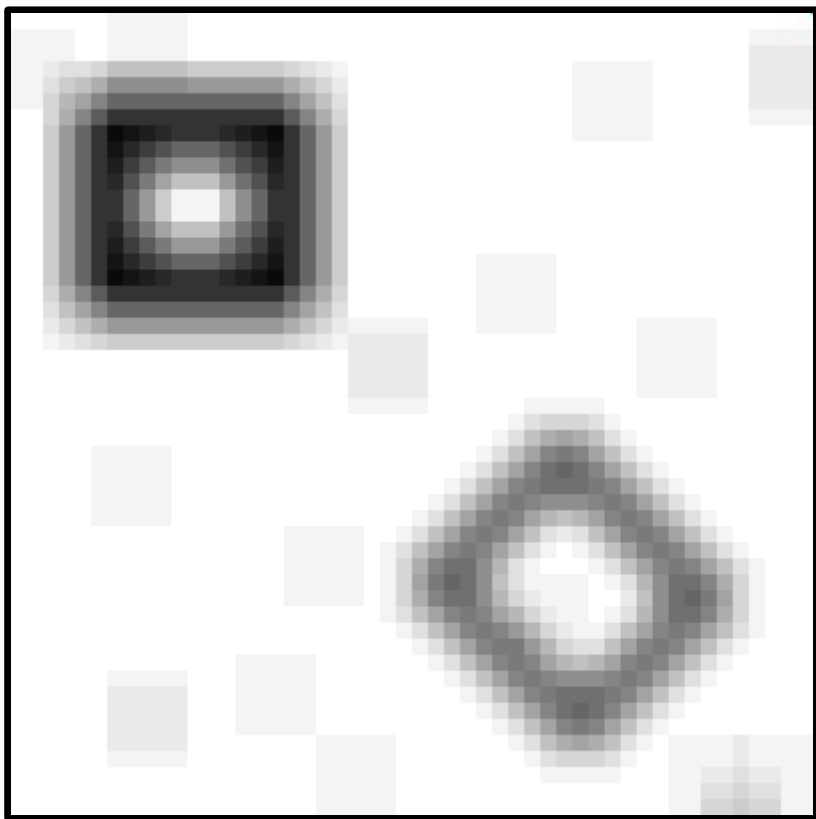
3x3



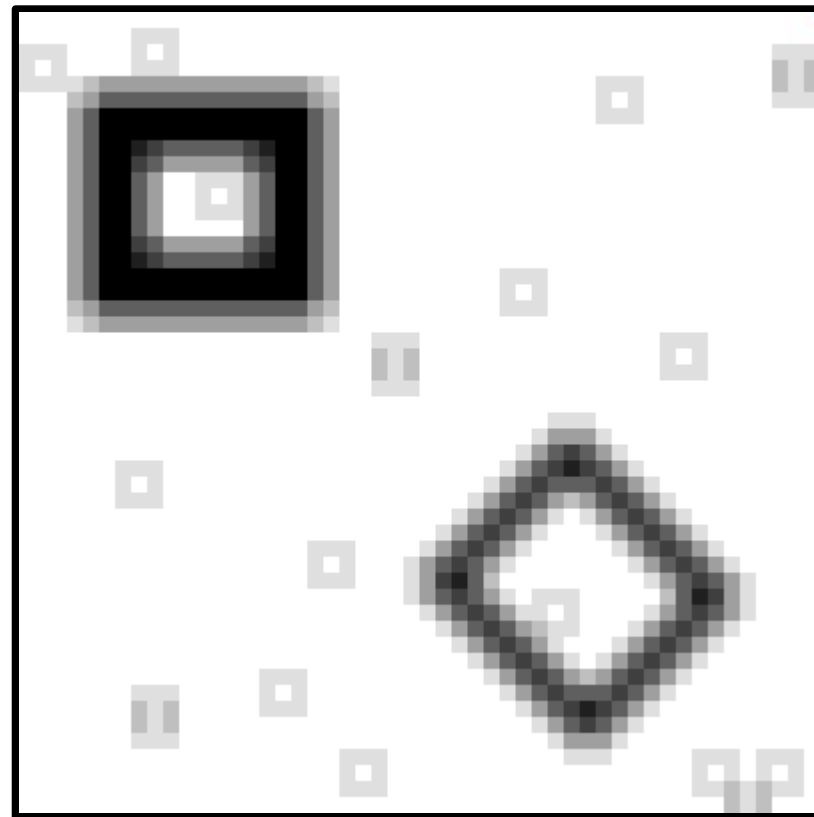
5x5



# Filtry dolnoprzepustowe

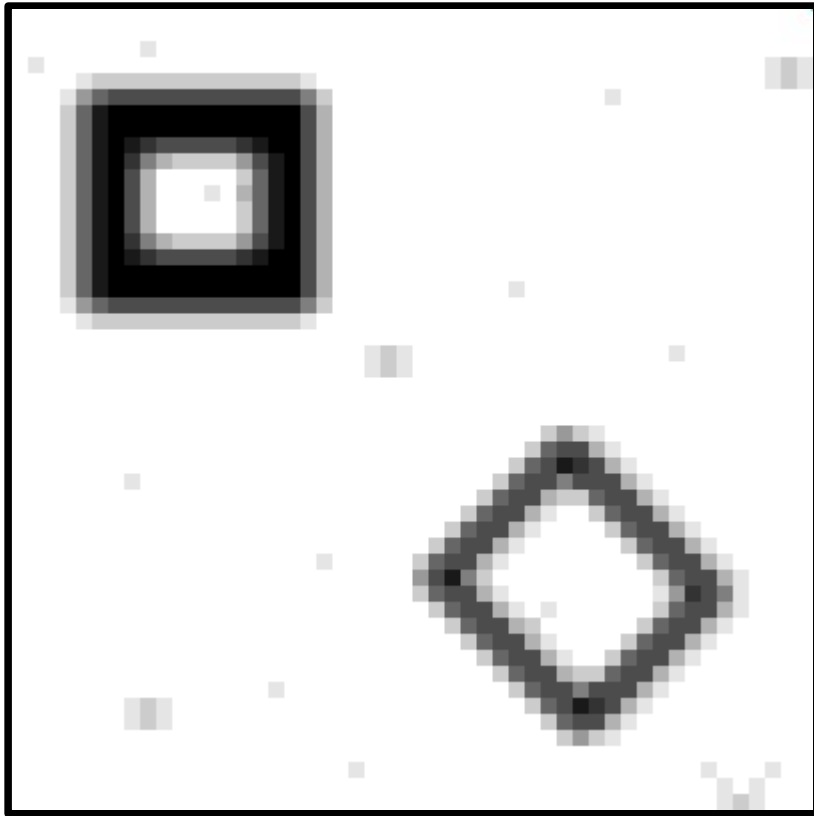


5x5

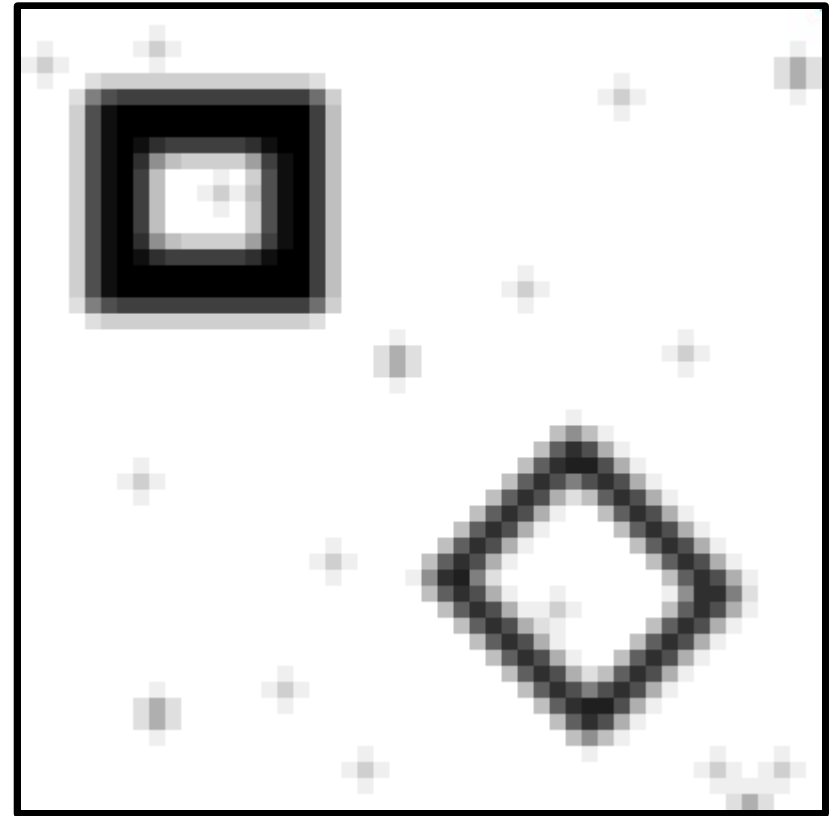


$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# Filtry dolnoprzepustowe



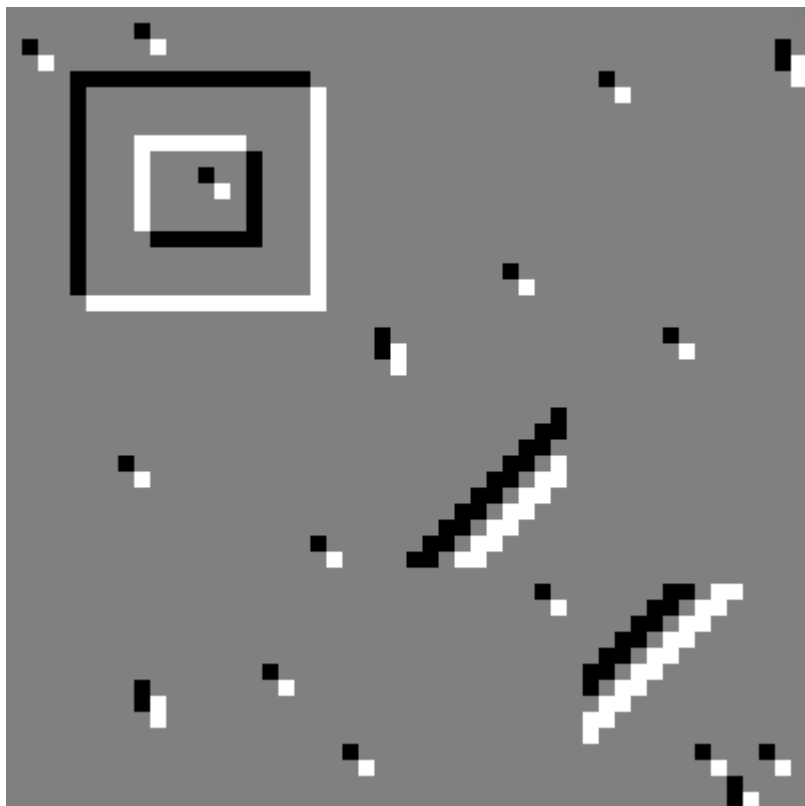
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

# Filtry górnoprzepustowe

## Gradient Roberta

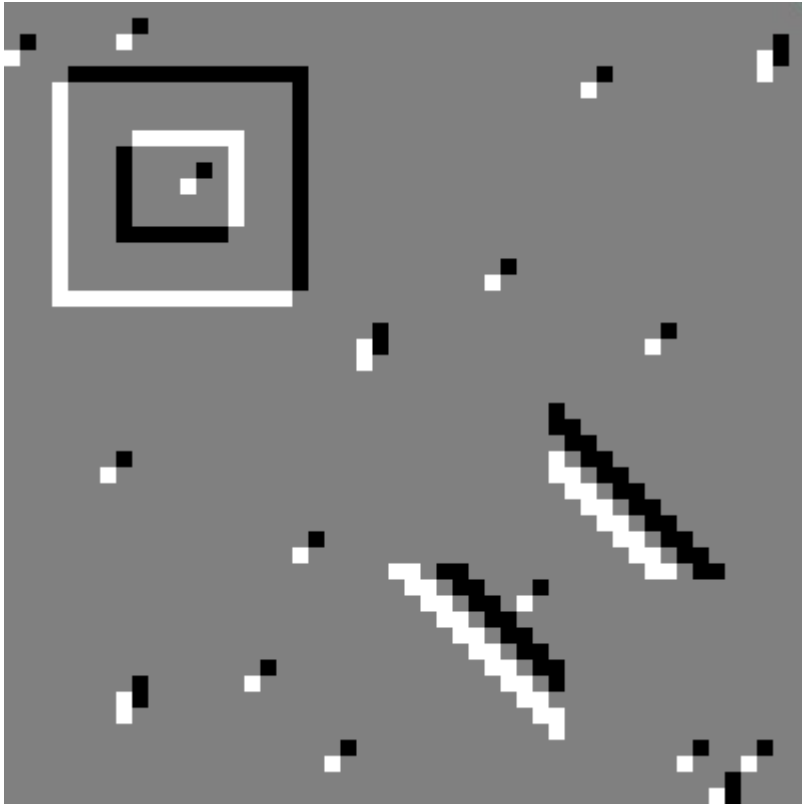


$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



# Filtry górnoprzepustowe

## Gradient Roberta

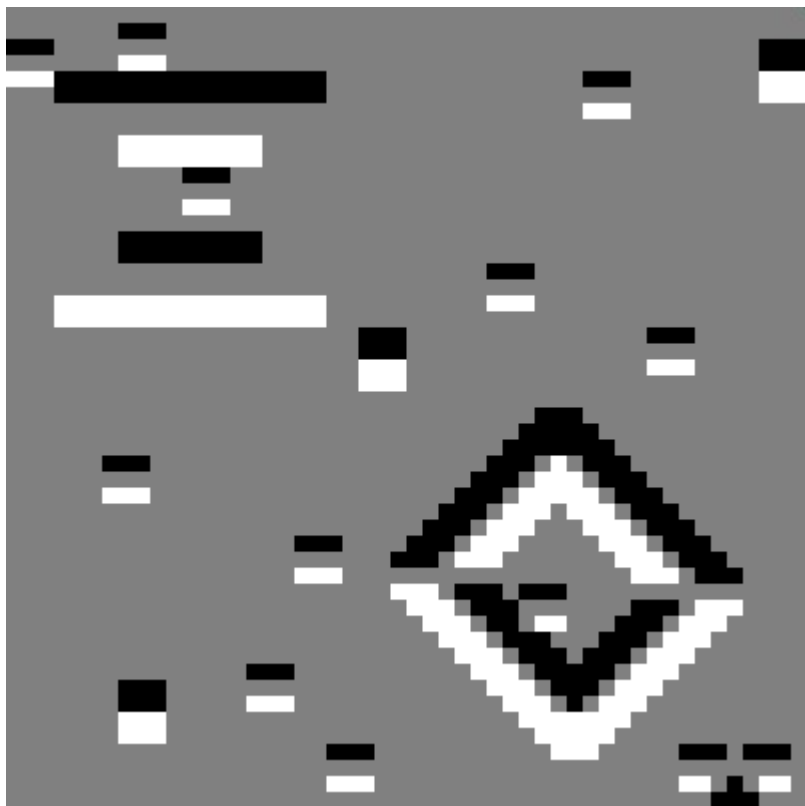


$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



# Filtry górnoprzepustowe

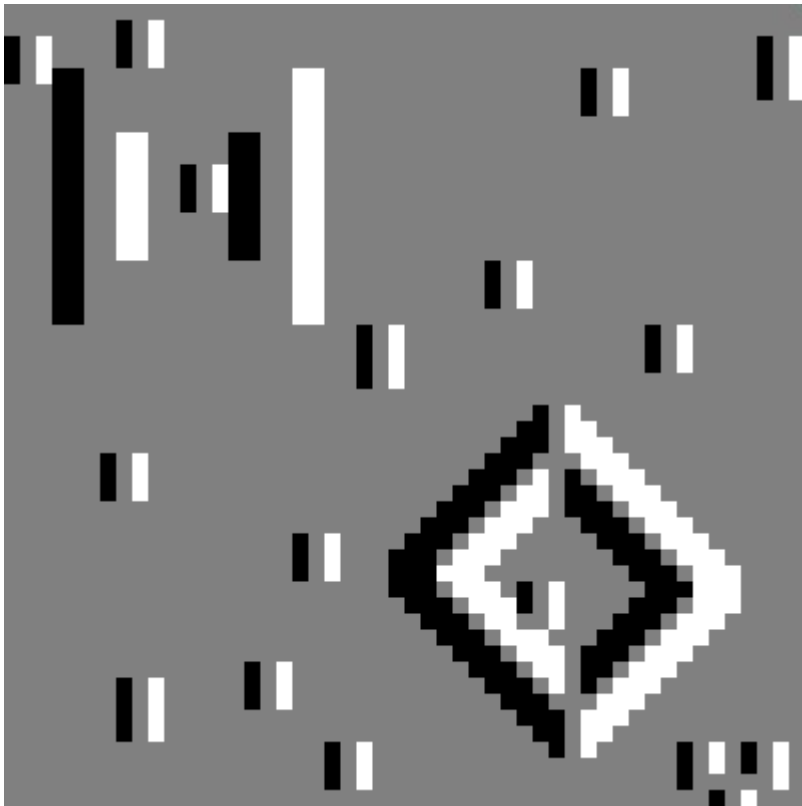
## Maska Prewitta



$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

# Filtry górnoprzepustowe

## Maska Prewitta

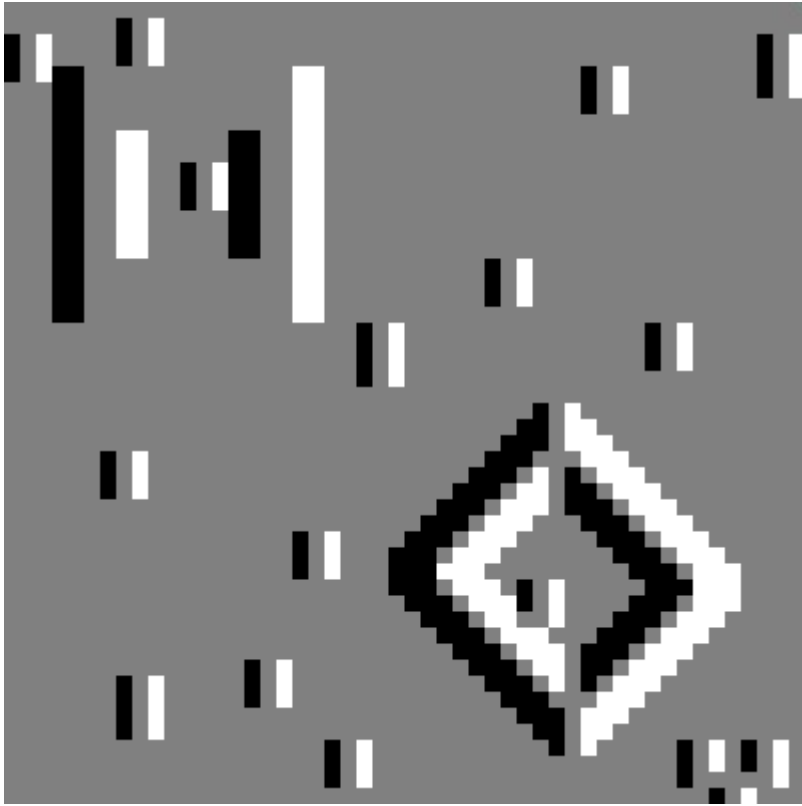


$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Filtry górnoprzepustowe

## Maska Sobela



$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Filtry górnoprzepustowe

## Maska Sobela

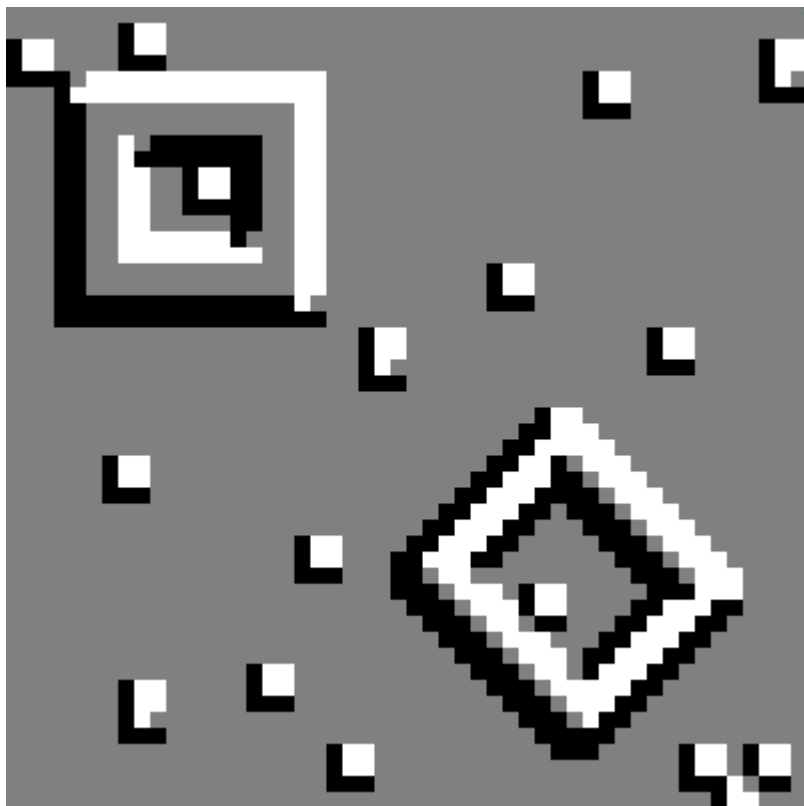
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$



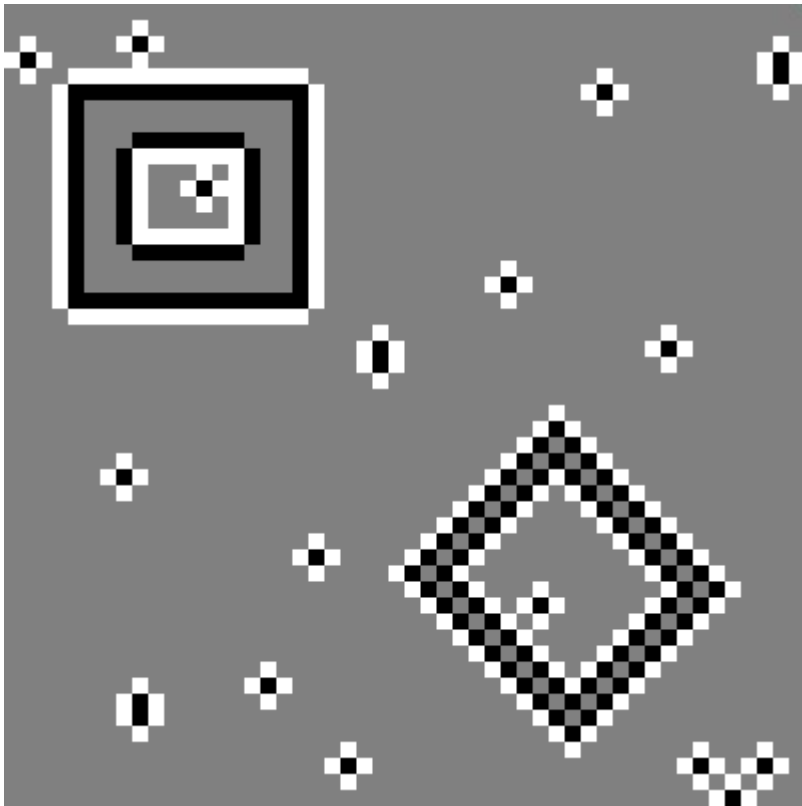
# Filtry górnoprzepustowe wykrywające narożniki



$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$



# Filtry górnoprzepustowe wykrywające krawędzie - Laplasjany



$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$



# Filtry górnoprzepustowe wykrywające krawędzie - Laplasjany

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.25 \\ 0.5 & -0.25 & -1 & -0.25 & 0.5 \\ 0.5 & -1 & -2 & -1 & 0.5 \\ 0.5 & -0.25 & -1 & -0.25 & 0.5 \\ 0.25 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.25 \end{bmatrix}$$